Αρχή με επανάληψη – Εισαγωγή σε μια προσέγγιση top-down στη διδασκαλία του προγραμματισμού

Περικλής Γεωργιάδης

Πειραματικό Γενικό Λύκειο Ηρακλείου, perge@sch.gr

Περίληψη

Περιγράφουμε ένα δίωρο εισαγωγικό διδακτικό σενάριο για τις θεμελιώδεις έννοιες του Προβλήματος και του Αλγορίθμου σε μάθημα Γενικής Παιδείας της Β΄ Λυκείου, ακροατήριο με μαθητές διαφορετικών αφετηριών, στάσεων και προσδοκιών για την Αλγοριθμική και τον Προγραμματισμό. Ακολουθείται η προσέγγιση από την κορυφή προς τη βάση, εκκινώντας από την πρακτική λύση ενός φαινομενικά μη αριθμητικού χειρωνακτικού προβλήματος, του χωρισμού ενός ορθογωνίου σε όσο το δυνατόν λιγότερα (ή, ισοδύναμα, μεγαλύτερα) ίσα τετράγωνα, και επιλύοντάς το στη συνέχεια με την «τυφλή» εκτέλεση του Αλγόριθμου του Ευκλείδη για την εύρεση του Μέγιστου Κοινού Διαιρέτη δύο αριθμών. Επιδιώκουμε την κινητοποίηση όλων των μαθητών και τη θετική στάση προς το μάθημα, που συνεχίζεται με την ίδια προσέγγιση από το γενικό, προς το μερικό και το εξειδικευμένο. Το σενάριο είναι ανοικτό σε πλήθος διαφορετικών τύπων επεκτάσεις, ενώ η προσέγγιση είναι ανεξάρτητη από τη διδασκόμενη ή χρησιμοποιούμενη γλώσσα προγραμματισμού.

Λέξεις κλειδιά: λύκειο, πρόβλημα, αλγόριθμος, μέγιστος κοινός διαιρέτης, προσέγγιση από την κορυφή προς τη βάση

1. Εισαγωγή

Στη Β΄ Τάξη Λυκείου όλοι οι μαθητές, ανεξαρτήτως προσανατολισμού, διδάσκονται επί μία ώρα την εβδομάδα το μάθημα της Εισαγωγής στις Αρχές της Επιστήμης των Η/Υ. Το ακροατήριο αυτό το οποίο αφορούν οι στόχοι του Προγράμματος Σπουδών παρουσιάζει τις εξής ιδιαιτερότητες:

- Οι μαθητές με προσανατολισμό τις Ανθρωπιστικές Επιστήμες έρχονται για πρώτη, κατά κανόνα, και τελευταία φορά σε επαφή με την Πληροφορική στο Λύκειο. Βάσει των στατιστικών στοιχείων των αιτήσεων των υποψηφίων για τις Πανελλαδικές Εξετάσεις 2017 (ΥΠΠΕΘ, 2017), οι μαθητές αυτοί αποτελούν περίπου το 38% της τάξης.
- Όμως για τους υπόλοιπους μαθητές, του Θετικού Προσανατολισμού (62% της τάξης), η ύλη του μαθήματος είναι προαπαιτούμενη γνώση για την Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον (ΑΕΠΠ), στην επόμενη τάξη.

ISBN: 978-960-578-032-6

- Μάλιστα, για 4 στους 10 από τους παραπάνω, μαθητές (25,5% στο σύνολο) στην επόμενη τάξη, η ΑΕΠΠ αποτελεί μάθημα πανελληνίως εξεταζόμενο στον Προσανατολισμό Οικονομίας και Πληροφορικής.
- Η νομοθεσία ορίζει ότι τα τμήματα γενικής παιδείας καθορίζονται αυστηρά αλφαβητικά και όχι κατά προσανατολισμό. Καθώς δε το πλήθος μαθητών ανά τμήμα ορίζεται στους 27 μαθητές, πρακτικά ακυρώνεται η δυνατότητα της απρόσκοπτης διεξαγωγής του μαθήματος στο εργαστήριο πληροφορικής.

Στο μικτό αυτό ακροατήριο με διαφορετικές παραστάσεις και προσδοκίες, ο διδάσκων καλείται να υλοποιήσει τους στόχους του Προγράμματος Σπουδών (ΥΠΠΕΘ, 2016) που αφορούν τον άξονα Πρόβλημα – Αλγόριθμοι – Προγραμματισμός – Εφαρμογές (ΠΑΠΕ), αξιοποιώντας τα 21 από τα 25 υπολογισμένα από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (ΙΕΠ) 40λεπτα μαθήματα, το 1/35, δηλαδή, του διδακτικού χρόνου των μαθητών, με μία μέση συχνότητα 3 περίπου συναντήσεων το μήνα.

2. Από το πρόβλημα στον αλγόριθμο και τον προγραμματισμό

Για τη διδασκαλία των θεμελιωδών εννοιών και την ανάπτυξη των βασικών δεξιοτήτων στον άξονα ΠΑΠΕ, το ΙΕΠ (ΥΠΠΕΘ, 2016) προτείνει την κλασική bottom-up διδακτική προσέγγιση από κάτω προς τα πάνω, από το μερικό στο ολικό. Την περιγραφή των εννοιών του προβλήματος, διαδέχονται οι έννοιες για τους αλγόριθμους, και στη συνέχεια σειριακά αναπτύσσονται οι προγραμματιστικές δομές και έννοιες από τις μεταβλητές, την εκχώρηση και τις εκφράσεις, στην είσοδο και την έξοδο, την ακολουθία, τη δομή επιλογής και τις δομές επανάληψης.

Ωστόσο, υπό τις συνθήκες που περιγράφηκαν παραπάνω, καθίσταται ιδιαίτερα προβληματική η σχετικά μεγάλη καμπύλη μάθησης που απαιτείται για να φτάσει ο μαθητής να αναπτύσσει ενδιαφέροντες αλγορίθμους που να αναδεικνύουν τη δύναμη της αλγοριθμικής σκέψης και του υπολογιστή, έχοντας αναπτύξει ένα γνήσιο ενδιαφέρον για την Επιστήμη Υπολογιστών.

2.1 Η πρόσληψη των εννοιών **δεδομένα και επίλυση προβλήματος**

Μια θεμελιώδης πρόκληση που αντιμετωπίζει ο μαθητής, και ιδιαίτερα αυτός που είναι προσανατολισμένος προς τις ανθρωπιστικές επιστήμες, είναι να κατανοήσει τι ακριβώς καλείται να μάθει και τι να υλοποιεί στο πλαίσιο της Αλγοριθμικής και του Προγραμματισμού. Όταν διατυπώνεται ένα πρόβλημα, για το οποίο ζητείται η κατασκευή ενός αλγορίθμου που το επιλύει, στην πραγματικότητα τίθενται στον μαθητή τρία προβλήματα:

- Κατά πρώτον, ο μαθητής καλείται να αναζητήσει τη λύση του προβλήματος, χωρίς ακόμη να το προσεγγίζει στη γενικότητά του. Ορμώμενος από την προηγούμενη εμπειρία του, μάλλον, επιδιώκει τη λύση ενός στιγμιότυπου του

ISBN: 978-960-578-032-6

προβλήματος, με συγκεκριμένα δεδομένα, ή με μεταβλητές, υπό την θεώρησή τους, όμως, στα μαθηματικά, ως «αγνώστων» σε εξισώσεις. Εδώ ακριβώς, όταν τα εισαγωγικά προβλήματα που δίδονται είναι εξ ανάγκης τετριμμένα, ο μαθητής αμφισβητεί τη δυσκολία και τη χρησιμότητα του εγχειρήματος, όταν για παράδειγμα, το πρόβλημα αφορά την εύρεση ενός μέσου όρου βαθμών ή μια απόφαση προαγωγής στην επόμενη τάξη.

- Σε ένα δεύτερο επίπεδο, προκύπτει ένα μετα-πρόβλημα για τον μαθητή (Μαμονά-Downs. & Παπαδόπουλος, 2017): να αναστοχαστεί την επίλυση που προσέγγισε, μέσα στο πλαίσιο της αλγοριθμικής και του υπολογιστή, με στόχο πλέον έναν αλγόριθμο και ένα πρόγραμμα. Πρόκειται για μία μη τετριμμένη διαδικασία, και ένα νοητικό άλμα, που παρουσιάζει δυσκολίες για αρκετούς μαθητές, ακόμη και κάποιους από αυτούς που λύνουν με ευχέρεια αυξημένης δυσκολίας προβλήματα. Οι διαφορές στο ρόλο των μεταβλητών μεταξύ μαθηματικών και αλγοριθμικής, καθώς και η εκχώρηση τιμών σε αυτές, αποτελούν χαρακτηριστικά εμπόδια που έχουν μελετηθεί διεξοδικά (Κόμης, 2005, Γρηγοριάδου, 2009). Συμπληρωματικά, αναφέρουμε μία πολύ συχνά παρατηρούμενη δυσκολία σε σχέση με την έννοια των δεδομένων. Στην προηγούμενη εμπειρία του, ο μαθητής, ταυτίζει τα δεδομένα με τις αριθμητικές ποσότητες που περιλαμβάνει μια εκφώνηση προβλήματος. Στη φάση αυτή του μεταπροβλήματος που αποτελεί η κατασκευή αλγορίθμου, η είσοδος δεδομένων, ή η απόδοση τιμών σε αυτά, πρέπει να αποτελέσει διακριτό βήμα στον αλγόριθμο, και η αρχική στάση αρκετών μαθητών είναι αμήχανη καθώς πλέον τα δεδομένα γίνονται μεταβλητές, διαφορετικά από αυτά που θεωρούσε τέτοια.
- Σε ένα τελικό επίπεδο, ο μαθητής θα πρέπει να κωδικοποιήσει τον αλγόριθμό του βάσει των γραμματικών κανόνων της Ψευδογλώσσας (Γεωργόπουλος, 2001) που ακολουθεί το διδακτικό εγχειρίδιο του μαθήματος (Ψηφιακό Σχολείο, 2017). Κατά κανόνα αυτό γίνεται παράλληλα με το δεύτερο επίπεδο, όμως, ιδιαίτερα για μαθητές χωρίς προηγούμενη τριβή σε κώδικα, τούτο αποτελεί μία διόλου τετριμμένη διαδικασία· αντίθετα, προσθέτει έναν επιπλέον βαθμό πολυπλοκότητας στο συνολικό γνωστικό υλικό που αντιμετωπίζει ο μαθητής.

2.2 Η πρόσληψη της έννοιας **αλγόριθμος**

Στον ορισμό της έννοιας του αλγορίθμου, ενυπάρχει ένα επίπεδο αφαίρεσης, αυτό της ακεραιότητας και της διακριτότητας των βημάτων, που δυσκολεύει πολλούς μαθητές, γεννώντας εύλογα ερωτήματα: από τι εξαρτώνται η καθοριστικότητα και η αποτελεσματικότητα των βημάτων του αλγορίθμου; Γιατί οι λειτουργίες σε έναν αλγόριθμο περιορίζονται μόνο σε είσοδο, έξοδο, υπολογισμό εκφράσεων, αναθέσεις τιμών, επιλογές και επαναλήψεις; Είναι αυτές οι μόνες λειτουργίες που εμπλέκονται στην ανθρώπινη σκέψη για τη λύση προβλημάτων;

ISBN: 978-960-578-032-6

Η απάντηση αναδεικνύει την στενή σχέση ανάμεσα στον αλγόριθμο και τον εκτελεστή του. Οι δυνατότητες του εκτελεστή είναι που προσδιορίζουν τα παραπάνω όρια· προκειμένου δε για υπολογιστή, αυτές περιλαμβάνουν αριθμητικές πράξεις (ακριβέστερα, πράξεις επί δεδομένων από bits), συγκρίσεις, μεταφορές δεδομένων, και, τέλος, αλλαγές στη ροή της εκτέλεσης των εντολών, λειτουργίες, επαρκείς για αλγορίθμους επίλυσης υπολογιστικών προβλημάτων.

3. Διδακτική προσέγγιση από την κορυφή προς τη βάση

Η Αλγοριθμική και ο Προγραμματισμός (Α&Π) αποτελούν προνομιακό πεδίο για τη διεπιστημονική προσέγγιση με παραδείγματα από όλα σχεδόν τα πεδία (Γεωργιάδης, 2016), προσφέροντας τη δυνατότητα να συνδυαστούν με σύγχρονες διδακτικές προσεγγίσεις που πηγάζουν από ή εφάπτονται με την κοινωνική εποικοδομητική θεωρία (Vygotsky, 1997) και τη θεωρία επεξεργασίας της πληροφορίας (Schunk, 2011): την ομαδοσυνεργατική προσέγγιση, τη βιωματική μάθηση, την ανακαλυπτική μάθηση, τη διεπιστημονική προσέγγιση, τη βασισμένη σε ερωτήματα μάθηση και τη βασισμένη σε προβλήματα μάθηση, τη βασισμένη σε ολοκληρωμένα παραδείγματα μάθηση, σε ρεαλιστικές και ενδιαφέρουσες εφαρμογές, περιορίζοντας σε μεγάλο βαθμό τις συμπεριφοριστικές διδακτικές στρατηγικές.

Οι γενικοί στόχοι της διδασκαλίας των Α&Π συνοψίζονται στις επτά μεγάλες ιδέες της Επιστήμης Υπολογιστών (College Board, 2016): τη δημιουργικότητα, την αφαίρεση, τα Δεδομένα και την Πληροφορία, τους Αλγόριθμους, τον Προγραμματισμό, το Διαδίκτυο και τον καθολικό αντίκτυπο (Γεωργιάδης, 2016) και στις βασικές πρακτικές της υπολογιστικής σκέψης (Wing, 2006): την υπολογιστική διασύνδεση και σύνθεση, τη δημιουργία υπολογιστικών αντικειμένων, την αφαίρεση, την ανάλυση προβλημάτων και αντικειμένων, την επικοινωνία και τη συνεργασία (Seehorn, κ.α., 2011).

Εν προκειμένω, για τους λόγους και ιδιαιτερότητες που αναπτύξαμε στα προηγούμενα, απομακρυνόμαστε από την προτεινόμενη από το ΙΕΠ γραμμική διάταξη, από τη βάση προς την κορυφή, στην προσέγγιση του άξονα ΠΑΠΕ, και επιχειρούμε την αντιστροφή της: να διδάξουμε Αλγοριθμική και Προγραμματισμό, να εισαγάγουμε και να καλλιεργήσουμε για όλους τους μαθητές την αλγοριθμική σκέψη, ξεκινώντας από την κορυφή, από το γενικό και το αφηρημένο, δίνοντας στον μαθητή μια όψη της συνολικής εικόνας, και εξειδικεύοντας στη συνέχεια στο μερικό και τα συνθετικά μέρη. Εφαρμόζοντας μεθόδους της διδασκαλίας με παραδείγματα (Atkinson, κ.α., 2000, Morrison, κ.α., 2015), δεν καθυστερούμε για να εξηγήσουμε στο μαθητή όλα τα σημεία που απαιτούν σχολαστική προσέγγιση στις λεπτομέρειές τους για να κτίσουμε τμηματικά τη γνώση και τα αποτελέσματά της. Αντιθέτως, του παρουσιάζουμε με βιωματικό και πρακτικό, hands-on τρόπο, και με τον απαραίτητο βαθμό αφαίρεσης, το τελικό (ένα τελικό) αποτέλεσμα-παράδειγμα, και από εκεί συνεχίζουμε στην αποσύνθεση των μερών.

ISBN: 978-960-578-032-6

Ξεκινούμε με ένα δίωρο εισαγωγικό διδακτικό σενάριο, που αποτελεί την αρχή μιας αντίστροφης, top-down, προσέγγισης από πάνω προς τα κάτω, από το γενικό προς το ειδικό, η οποία πιστεύουμε ότι λειτουργεί πιο αποτελεσματικά ως προς τους στόχους του μαθήματος για όλους τους μαθητές. Ως αρχική ιδέα, με στόχο την ανατροφοδότηση και τη βελτίωση, το σενάριο και η προσέγγιση αυτή εφαρμόστηκαν κατά το σχολικό έτος 2016-17, ενώ θα αναπτυχθούν μεθοδικότερα στο επόμενο.

3.1 Στόχοι του εισαγωγικού διδακτικού σεναρίου

Ειδικότερα, σε σχέση με τους στόχους που αναφέρθηκαν στην εισαγωγή, μετά την εφαρμογή της παρέμβασης, οι μαθητές θα

- έχουν κατανοήσει τις θεμελιώδεις έννοιες του προβλήματος και του αλγορίθμου, και ότι δεν συνδέονται αποκλειστικά με την πληροφορική, ή τα μαθηματικά,
- έχουν αντιληφθεί τη σχέση ανάμεσα στο πρόβλημα και τον αλγόριθμο,
- αντιλαμβάνονται τα συστατικά στοιχεία ενός προβλήματος,
- έχουν κατανοήσει τη χρησιμότητα και τη χρήση των μεταβλητών,
- έχουν δει τη χρήση όλων των βασικών δομών της Αλγοριθμικής,
- έχουν διαπιστώσει μια απρόσμενη εφαρμογή βασικής αριθμητικής έννοιας,
- έχουν θετική στάση απέναντι στο μάθημα και το αντικείμενο της Επιστήμης των Υπολογιστών, ανεξαρτήτως προσανατολισμού των σπουδών τους.

3.2 Υποκείμενη θεωρία μάθησης

Το σενάριο αποτελείται από δύο μέρη -που καλό είναι να πραγματοποιηθούν σε συνεχόμενο διδακτικό δίωρο- και στηρίζεται στη κοινωνική εποικοδομητική θεωρία, με τους μαθητές χωρισμένους σε ομάδες των 4-5 ατόμων. Αξιοποιείται η βιωματική και ανακαλυπτική μάθηση, με πρακτικό χειρωνακτικό -hands-on- χαρακτήρα, καθώς οι ομάδες των μαθητών αρχικά καλούνται να κατασκευάσουν τη λύση σε ένα πρακτικό πρόβλημα. Η διδασκαλία βασίζεται στην προσέγγιση μέσα από ολοκληρωμένα προβλήματα και παραδείγματα και αξιοποιεί τη διεπιστημονικότητα, συνδέοντας το πρόβλημα του πρώτου μέρους με τον αλγόριθμό του δεύτερου, και τα μαθηματικά. Καθώς πρόκειται για το εισαγωγικό μάθημα και προσεγγίζεται από την κορυφή προς τη βάση, δεν στοχεύει στην ανάπτυξη δεξιοτήτων, αλλά στον πειραματισμό και την κατανόηση των βασικών εννοιών.

Ο ρόλος του διδάσκοντα στο πρώτο μέρος είναι κυρίως καθοδηγητικός και εμψυχωτικός, εξωτερικά μη παρεμβατικός, με οργανωμένη, ωστόσο, τη ροή της παρέμβασης, σε συγκεκριμένα βήματα. Η δομή του δεύτερου μέρους περιλαμβάνει μερικώς συμπεριφοριστικές διδακτικές στρατηγικές, καθώς οι μαθητικές ομάδες αναλαμβάνουν και τον ρόλο του εκτελεστή του αλγορίθμου. Είναι αναγκαίες,

ISBN: 978-960-578-032-6

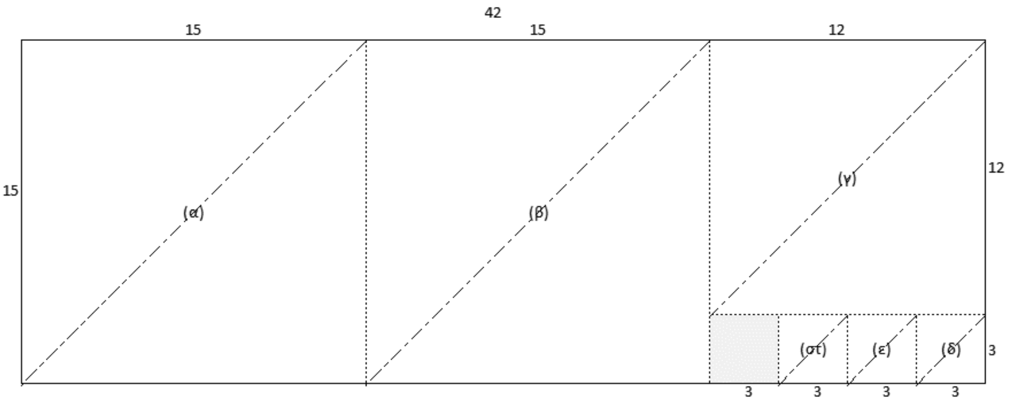
εξάλλου, και για την διεπιστημονική σύνδεση του υλικού των δύο μερών καθώς και του παλαιότερου και νέου γνωστικού υλικού.

3.3 Το πλαίσιο και οι δραστηριότητες του σεναρίου

Μετά τον καθορισμό των ομάδων, μοιράζεται σε καθεμιά ένα παραλληλόγραμμο κομμάτι χαρτί (42×15, προερχόμενο από χαρτί Α3) σε δύο αντίγραφα -για τις δοκιμές- χωρίς διαστάσεις, με την υπόδειξη ότι αυτές δεν είναι απαραίτητες για τη λύση, όμως επιτρέπεται η χρήση χάρακα. Διευκρινίζεται ότι η απαραίτητη προσέγγιση αν χρειαστούν μετρήσεις είναι σε εκατοστά του μέτρου. Στη συνέχεια διατυπώνεται, γραπτά στον πίνακα, το πρόβλημα που καλούνται να επιλύσουν:

Χωρίστε το ορθογώνιο κομμάτι χαρτί σε όσο το δυνατόν λιγότερα (ή, ισοδύναμα, σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερα) ίσα τετράγωνα. Σχεδιάστε τον χωρισμό πάνω στο χαρτί με ένα μολύβι.

Αφού εξασφαλιστεί, με σχετική σύντομη συζήτηση και πρόχειρο παράδειγμα, ότι το πρόβλημα έγινε κατανοητό, ή, ισοδύναμα, ότι η διατύπωσή του είναι ακριβής, οι ομάδες αφήνονται να εργαστούν για περιορισμένο χρόνο. Αν έχουν υπάρξει λύσεις, παρουσιάζονται στην ολομέλεια, στη συνέχεια, χωρίς να ζητηθεί ακόμη ο τρόπος με τον οποίο έφτασαν σε αυτές. Διαφορετικά, αυτό γίνεται με αφανή καθοδήγηση, με τη μέθοδο των ερωταποκρίσεων και του καταιγισμού ιδεών.



Εικόνα 1. *6 διαδοχικές διπλώσεις λύνουν το πρόβλημα στο χαρτί 42×15 εφαρμόζοντας τον Αλγόριθμο του Ευκλείδη για τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη των διαστάσεών του*

Γίνεται συζήτηση για βασικές έννοιες γύρω από το πρόβλημα: διατύπωση, κατανόηση, δεδομένα, ζητούμενα, διερεύνηση. Ως τελευταίο ερώτημα για το πρώτο μέρος, οι μαθητές καλούνται να περιγράψουν τη μέθοδο που τους οδήγησε στη λύση τους, και αν θα είχαν την ίδια επιτυχία με κάποιο διαφορετικό χαρτί. Ζητού-

ISBN: 978-960-578-032-6

μενο δεν αποτελεί η επιτυχής περιγραφή, αλλά η τριβή με αυτήν. Εντέλει, εφόσον δεν έχει ήδη βρεθεί, παρουσιάζεται στην ολομέλεια, σε διαδοχικά βήματα και με ερωταποκρίσεις, χωρίς να κατονομαστεί έτσι, η λύση που υλοποιεί με διαδοχικές διπλώσεις τον Αλγόριθμο του Ευκλείδη για τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη των διαστάσεων του παραλληλογράμμου (εικόνα 1).

Το δεύτερο μέρος του σεναρίου στοχεύει αρχικά να κάνει κατανοητή την έννοια του αλγορίθμου, ως μιας πεπερασμένης σειράς βημάτων, αυστηρά καθορισμένων και εκτελέσιμων σε πεπερασμένο χρόνο, με κάποιο συγκεκριμένο στόχο. Έτσι, μοιράζεται στις ομάδες φύλλο εργασίας με τον ορισμό αυτό, μαζί με τη διατύπωση του παρακάτω αλγορίθμου:

Για δύο φυσικούς αριθμούς κ και λ, όσο δεν είναι ίσοι, να αντικαθιστάς τον μεγαλύτερο με τη διαφορά του μικρότερου από αυτόν. Όταν δεν γίνεται πλέον αντικατάσταση, το αποτέλεσμα είναι ο ένας από τους ίσους πλέον αριθμούς κ και λ.

Το πρώτο ερώτημα στο φύλλο αυτό αφορά το αν η παραπάνω διατύπωση υπακούει στον ορισμό: έχουμε πεπερασμένη σειρά βημάτων, είναι αυτά αυστηρά καθορισμένα; είναι εκτελέσιμα; οδηγούμαστε σε κάποιο στόχο; Η άμεση εξάρτηση με τον εκτελεστή του αλγορίθμου αποκαλύπτεται με το ερώτημα κατά πόσο μια τέτοια διατύπωση θα μπορούσε να γίνει κατανοητή και να ακολουθηθεί από έναν μαθητή της Α΄ Δημοτικού.

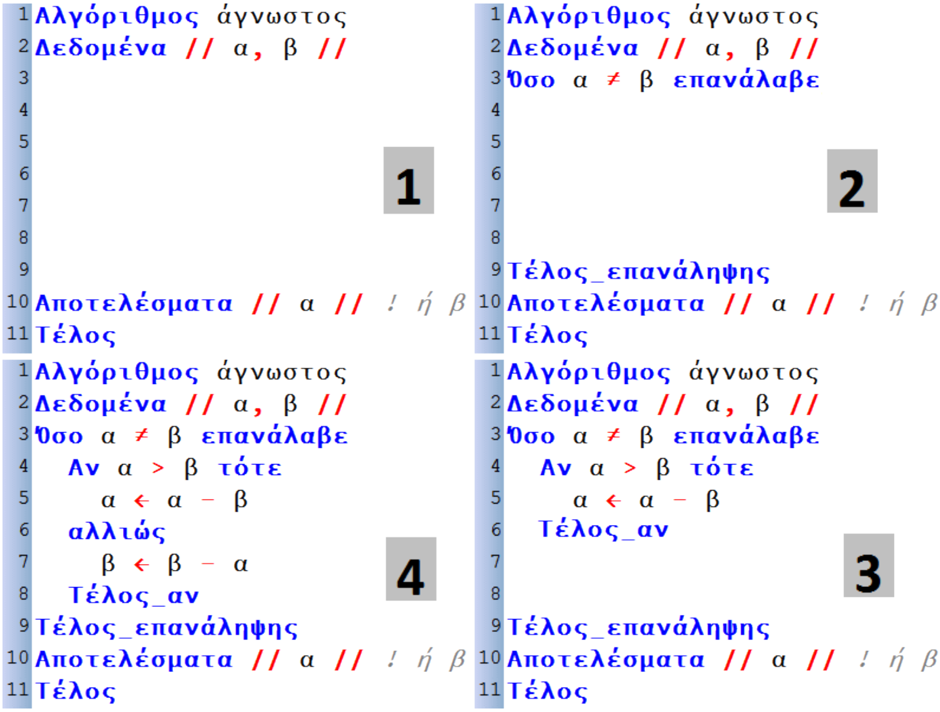
Το επόμενο ερώτημα ζητά την εκτέλεση του αλγορίθμου από τις ομάδες για διάφορες περιπτώσεις δεδομένων, με καταγραφή των ενδιάμεσων διαδοχικών τιμών: 16 και 88, 105 και 150, 168 και 60, 168 και 59, 59 και 59, 1919 και 231.

Ο δεύτερος στόχος του δεύτερου μέρους, αφορά την κωδικοποίηση του αλγορίθμου. Ο διδάσκων διαμορφώνει διαδοχικά στον υπολογιστή και προβάλλει στον πίνακα τον κώδικα σε Ψευδογλώσσα (εικόνα 2), με ένα υψηλό επίπεδο αφαίρεσης, και χωρίς λεπτομέρειες. Για το λόγο αυτό προτιμώνται οι εντολές Δεδομένα και Αποτελέσματα, αντί Διάβασε και Εμφάνισε που απαιτούν περισσότερη λεπτομέρεια. Με την επαναληπτική δομή Όσο είναι εύκολο να εισαχθεί η έννοια της συνθήκης, που επανεμφανίζεται στη συνέχεια στην δομή επιλογής Αν. Παράλληλα, ο μαθητής έρχεται απευθείας σε επαφή με μεταβλητές, στις οποίες η τιμή τους αντικαθίσταται μειούμενη -χωρίς, όμως, άλλους περίπλοκους υπολογισμούς και εκφράσεις, που θα έκαναν αναγκαίες περισσότερες λεπτομέρειες. Τέλος, ο διδάσκων επιδεικνύει την εκτέλεσή του αλγορίθμου για τους ίδιους, και μεγαλύτερους αριθμούς (π.χ., 40902 και 24140). Έτσι, ο μαθητής πείθεται γρήγορα για την αποτελεσματικότητα και την ισχύ του αλγορίθμου, και συνεκδοχικά του υπολογιστή, χωρίς, κατά κανόνα, να απογοητευτεί από την πολυπλοκότητα του νέου αυτού γνωστικού φορτίου.

ISBN: 978-960-578-032-6

3.4 Ευκλείδεια εύρεση ΜΚΔ: ο παππούς όλων των αλγορίθμων

Αφού έχουν γίνει κατανοητές οι θεμελιώδεις έννοιες του προβλήματος και του αλγορίθμου, ο τελικός στόχος του σεναρίου είναι να δείξει στον μαθητή ότι ο αλγόριθμος που εφάρμοσε στο αριθμητικό πρόβλημα του δεύτερου μέρους βρίσκει το Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη των αριθμών κ και λ, και είναι αυτός που λύνει και το μη αριθμητικό, φαινομενικά, πρόβλημα του πρώτου μέρους. Πρόκειται μάλιστα για τον αλγόριθμο που θεωρείται ο παππούς όλων των σύγχρονων αλγορίθμων, καθώς είναι μη τετριμμένος, περιλαμβάνει βρόχο, και δεν έχει ξεπεραστεί σε αποτελεσματικότητα από τον 3ο αιώνα π.Χ., οπότε και τον διατύπωσε (σε δύο εκδοχές) ο Ευκλείδης (Knuth, 1998), παρά την αλματώδη εξέλιξη της τεχνολογίας.



Εικόνα 2. *Ο Αλγόριθμος του Ευκλείδη σε διαδοχική κωδικοποίηση σε Ψευδογλώσσα*

Ο αλγόριθμος του Ευκλείδη, στην εκδοχή του με ακέραια υπόλοιπα, διδάσκεται, χωρίς να κατονομαστεί, στην ΣΤ΄ Δημοτικού (Ψηφιακό Σχολείο, 2017). Συνοδεύεται από μερικά πρακτικά αριθμητικά προβλήματα διαιρετότητας, και πέρα από την ευκαιριακή χρήση του στην απλοποίηση κλασμάτων, δεν βρίσκει άλλη εφαρμογή. Συνήθως, αποτελεί άλλη μία από τις διδασκόμενες έννοιες που γρήγορα απωθεί ο μαθητής, αναρωτώμενος για την χρησιμότητά της.

Οι διαδοχικές αφαιρέσεις του μικρότερου από τους δύο αριθμούς (έστω, $λ$) από τον μεγαλύτερο (έστω, $κ$), μέχρι ο δεύτερος ($κ$) να γίνει πλέον μικρότερος, ισοδυναμούν με την εύρεση του υπολοίπου της ακέραια διαίρεσή τους ($κ$ *mod* $λ$). Ο αλγόριθμος βασίζεται στη διαδοχική εφαρμογή της ιδιότητας *ΜΚΔ(κ, λ) = ΜΚΔ(λ, κ mod λ)* και της τετριμμένης ιδιότητας *ΜΚΔ(χ, 0) = χ*.

Οι παραπάνω ιδιότητες περιλαμβάνονται ως πρόσθετο υλικό -με παραδείγματα, και όχι αυστηρές αποδείξεις- στο φύλλο εργασίας, για τον ενδιαφερόμενο μαθητή, καθώς αποκλίνουν από τους στόχους του σεναρίου, με τη συγκεκριμένη διάρκεια και σύνθεση ακροατηρίου. Ο διδάσκων φροντίζει να επιδείξει και να εξηγήσει την ισοδυναμία των δύο προβλημάτων, όταν θεωρήσουμε ως δεδομένα στο πρώτο τις διαστάσεις του παραλληλογράμμου. Επιτυγχάνεται έτσι ο στόχος της ανάδειξης ενός προβλήματος που δεν φαινόταν από την αρχή υπολογιστικό, και η κατάδειξη του γεγονότος ότι οι αλγόριθμοι προϋπάρχουν του υπολογιστή, όμως αυτός είναι που επιτρέπει την αποτελεσματική χρήση τους.

4. Συμπεράσματα - Επεκτάσεις

Στην αρχική του εφαρμογή, σε ένα τμήμα της Β΄ Τάξης τον Οκτώβριο 2016, το διδακτικό σενάριο που περιγράψαμε δεν κατέστη δυνατό να πραγματοποιηθεί σε συνεχόμενο διδακτικό δίωρο, έτσι το χρονικό διάστημα της μίας εβδομάδας που μεσολάβησε αποδείχτηκε αρνητικός παράγοντας για τους στόχους του. Σε πρόχειρο ερωτηματολόγιο πριν την εφαρμογή του σεναρίου, 8 στους 21 μαθητές (7 στους 7 -6 κορίτσια και 1 αγόρι- του προσανατολισμού Ανθρωπιστικών Σπουδών (ΑΣ), καθώς και 1 κορίτσι του προσανατολισμού Θετικών Σπουδών) απάντησαν ότι οι αριθμοί και τα μαθηματικά τους είναι αρκετά ή πολύ αντιπαθητικά. Επίσης, 13 στους 21 μαθητές χαρακτήρισαν την προηγούμενη εμπειρία τους (από το Γυμνάσιο και ενδεχομένως το μάθημα επιλογής της Α΄ Λυκείου) αρνητική ή ουδέτερη· 7 από αυτούς ανήκαν στον προσανατολισμό ΑΣ. Στο αντίστοιχο ερωτηματολόγιο μετά την εφαρμογή του σεναρίου, 3 μόνο μαθητές δήλωσαν ουδέτερη ή μάλλον αρνητική στάση για το μάθημα που υποχρεωτικά θα παρακολουθούσαν στη Β΄ Τάξη. Η προσέγγιση αυτή και το σενάριο φαίνεται να κινητοποίησε το γνήσιο ενδιαφέρον πολλών μαθητών. Βεβαίως, εκ των υστέρων, και με την εμπειρία της ετήσιας διδασκαλίας σε όλη την τάξη (3 τμήματα), διαπιστώθηκε ότι ο γνήσιος αρχικός ενθουσιασμός συν τω χρόνω και με τις συνθήκες που περιγράφηκαν στην εισαγωγή (κυρίως την μικρή συχνότητα και διάρκεια διδασκαλίας), αλλά και με το άγχος του διαγωνίσματος και της τελικής εξέτασης, που υπόκεινται σε συγκεκριμένο φορμαλισμό, έφθινε σε σημαντικό βαθμό για την πλειονότητα των μαθητών.

ISBN: 978-960-578-032-6

```python
def renew(x,y):
    return max(x,y)-min(x,y), min(x,y)

a = int(input("a= "))
b = int(input("b= "))

while a != b:
    a, b = renew(a,b)

print("Αποτέλεσμα:", a)
```

Εικόνα 3. *Υλοποίηση σε Python 3*

Το σενάριο είναι ιδιαίτερα επεκτάσιμο συνολικά: τόσο ως προς τα ερωτήματα, όσο και ως προς το ακροατήριο, τη γλώσσα προγραμματισμού ή άλλα ενδεικνυόμενα εργαλεία, αλλά και το γνωστικό πλαίσιο εφαρμογής του. Σε Python 3 (εικόνα 3) για παράδειγμα, εξασφαλίζεται ένα υψηλότερο επίπεδο αφαίρεσης με τη δημιουργία της συνάρτησης ανανέωσης των αριθμών, και μεταθέτοντας για μεταγενέστερα την εντολή if. Επίσης, αντί για χωρισμό σε ίσα τετράγωνα, μπορούμε να αναφερθούμε σε στρώσιμο επιφάνειας με ίσες τετράγωνες πλάκες. Αν το ακροατήριο είναι κατάλληλο, ή μεγαλώσουμε τη διάρκεια του σεναρίου, μπορούμε να προχωρήσουμε την αναφορά σε θέματα διαιρετότητας και να παρουσιάσουμε την γνωστότερη εκδοχή του αλγορίθμου με την απευθείας αντικατάσταση του ενός αριθμού από το ακέραιο υπόλοιπο της διαίρεσης του με τον άλλο. Στο σχολικό έτος 2017-18, σκοπεύουμε να επαναλάβουμε συστηματικότερο το σενάριο σε ενιαίο διδακτικό δίωρο, τουλάχιστον σε ένα τμήμα της Β΄ Τάξης.

Αναφορές

Atkinson, R., et al. (2000). Learning from Examples: Instructional Principles from the Worked Examples Research. *Review of Educational Research*, Vol. 70, No. 2, pp. 181-214.

College Board (2016). AP Computer Science Principles Ανάκτηση από το https://secure-media.collegeboard.org/digitalServices/pdf/ap/ap-computer-science-principles-course-and-exam-description.pdf

Knuth, D., (1998). *The Art of Computer Programming, Vol. 2: Seminumerical Algorithms, 3rd Edition*, Addison-Wesley, Reading, MA. pp. 335.

Morrison, B., Margulieux, L., Guzdial, M. (2015). Subgoals, Context, and Worked Examples in Learning Computing Problem Solving, *ICER '15 Proceedings of the*

ISBN: 978-960-578-032-6

eleventh annual International Conference on International Computing Education Research, Omaha, Nebraska, USA

Schunk, D. H. (2011). *Learning Theories: An Educational Perspective, 6th Ed.* Addison Wesley.

Seehorn, D., et al. (2011). *CSTA K-12 Computer Science Standards: Revised 2011*.

Vygotsky, L.S. (1997). Νους στην κοινωνία: Η ανάπτυξη των ανώτερων ψυχολογικών διαδικασιών. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.

Wing, J. M. (2006). *Computational thinking*. Communications of the ACM. 49, no 3, 33-35.

Γεωργιάδης, Π. (2016). Επαναληπτικές Δομές με το παράδειγμα της Φαρμακευτικής Αγωγής και της Εκθετικής Απόσβεσης. *8th Conference on Informatics in Education - Η Πληροφορική στην εκπαίδευση (8th CIE 2016),* Αθήνα.

Γεωργόπουλος, Α. (2001) *Ο Διερμηνευτής της ΓΛΩΣΣΑΣ για την «Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον» (ΑΕΠΠ).* Ανάκτηση από το http://alkisg.mysch.gr/

Γρηγοριάδου, Μ. κ.α. (2009). *Διδακτικές Προσεγγίσεις και Εργαλεία για τη διδασκαλία της Πληροφορικής*. Αθήνα: Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.

Κόμης, Β. (2005). *Εισαγωγή στη Διδακτική της Πληροφορικής*. Αθήνα: Εκδόσεις Κλειδάριθμος.

Μαμονά-Downs, Γ. & Παπαδόπουλος, Ι. (2017) Επίλυση προβλήματος στα Μαθηματικά. Ηράκλειο: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

ΥΠ.Π.Ε.Θ (2016). *Οδηγίες για τη διδασκαλία του μαθήματος Εισαγωγή στις Αρχές της Επιστήμης των Η/Υ στη Β΄ τάξη Ημερήσιου και Εσπερινού ΓΕΛ για το σχολ. έτος 2016-2017.* Ανάκτηση από το https://www.minedu.gov.gr/lykeio-2/didaktea-exet-yli-lyk/23605-16-09-16-odigies-gia-ti-didaskalia-ton-mathimaton-sto-imerisio-kai-esperino-gel-gia-to-sxol-etos-2016-2019

ΥΠ.Π.Ε.Θ (2017). *Στατιστικά στοιχεία των αιτήσεων – δηλώσεων των υποψηφίων για τις Πανελλαδικές Εξετάσεις 2017*. Ανάκτηση από το http://www.minedu.gov.gr/news/28851

Ψηφιακό Σχολείο (2017). *Διδακτικά Πακέτα.* http://dschool.edu.gr/

ISBN: 978-960-578-032-6

Abstract

We describe a 2-hour teaching scenario on the fundamental Problem and Algorithm notions in an upper K12 class comprising students of various origins, attitudes and expectations towards Algorithms and Programming. A top-down approach is employed, starting from the hands-on solution of a seemingly non-numerical problem, separating a rectangle into as few (or, equivalently, as large) as possible equal squares, and then solving it by blindly executing Euclid's Algorithm to find the greatest common divisor of two numbers. We achieve all student mobilization and their positive attitude towards the course, which evolves with the same general-to-partial approach. The scenario is open to various extensions, while being independent of the programming language it introduces or exploits.

Keywords: upper K12, problem, algorithm, greatest common divisor, top-down approach.